Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
Instituto de Ciência e Tecnologia

INSTRUÇÕES ESPECÍFICAS

Para a prova de Tutoria, os candidatos deverão resolver as questões listadas abaixo.

A prova consistirá de uma aula, em que o candidato deverá resolver algumas questões da lista de problemas.

As questões estão divididas em três grupos, conforme indicado abaixo. O candidato deverá resolver um problema de cada grupo conforme sorteio realizado no momento da prova.

Grupo 1: Problemas 1 ao 9
Grupo 2: Problemas 10 ao 18
Grupo 3: Problemas 19 ao 27

Problemas

Do problema 1 ao problema 5, use a definição de derivada

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h},$$

para mostrar que:

1. Se $f(x) = x^n$, então $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$, para todo $n \in \mathbb{N}$.
2. Se $f(x) = \ln(x)$, então $f'(x) = \dfrac{1}{x}$, para todo $x > 0$.
3. Se $f(x) = \cos(x)$, então $f'(x) = -\operatorname{sen}(x)$.
4. Se $f(x) = p(x) \cdot q(x)$, então $f'(x) = p'(x) \cdot q(x) + p(x) \cdot q'(x)$.
5. Se $f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$, então $f'(x) = \dfrac{p'(x) \cdot q(x) - p(x) \cdot q(x)}{[q(x)]^2}$, desde que $q(x) \neq 0$.

Calcule os limites:

6. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\dfrac{1}{2+x} - \dfrac{1}{2}}{x}$.

7. $\lim\limits_{\theta\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(\theta)}{\theta}$.

8. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^{x}$.

9. $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\cos(x)}{x^2+4}$.

Calcule as derivadas das seguintes funções; admitindo que as mesmas existam:

10. $f(x) = \cos(\ln(\operatorname{arctg}(2x^3 + 4x)))$.

11. $f(x) = \operatorname{tg}(e^{-\operatorname{sen}^2(x)})$.

12. $f(x) = \operatorname{arcsen}(\sec(5x+4))$.

13. $f(x) = x^{3x}$, $x > 0$.

14. $f(x) = \dfrac{e^{\operatorname{sen}(x)}}{\sqrt{x^2+5x}}$.

Encontre (caso existam) os pontos críticos, pontos de máximo e/ou mínimo locais, e os intervalos onde a função é crescente e/ou decrescente. Em seguida, justifique se a função possui máximos e/ou mínimos globais.

15. $f(x) = |x^2 - 2x - 5|$, para $x \in [-1, 3]$.

16. $f(x) = \dfrac{x}{x^2+4}$, para $x \in \mathbb{R}$.

17. $f(x) = 3x^5 + 5x^4$, para $x \in \mathbb{R}$.

18. $f(t) = 3t^4 - 8t^3 + 6t^2 - 30$; $t \in \mathbb{R}$.

Calcule as integrais:

19. $\displaystyle\int \operatorname{sen}^n(x)dx$, para todo $n \in \mathbb{N}$.

20. $\displaystyle\int \sec(x)dx.$

21. $\displaystyle\int e^{-\lambda x}\operatorname{sen}(\beta x)dx$, $\lambda \neq 0$, $\beta \neq 0$ com λ, $\beta \in \mathbb{R}$.

22. $\displaystyle\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$, $a \in \mathbb{R}$ e $a > 0$.

23. $\displaystyle\int_{-a}^{a} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$, $a \in \mathbb{R}$ e $a > 0$.

24. $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}.$

25. $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)\ln(\operatorname{sen}(x))dx.$

26. $\displaystyle\int_{4}^{6} \frac{x - 1}{x^3 - x^2 - 2x}dx.$

27. Calcule a área da região R de forma que: R é formada pela interseção dos pontos acima do gráfico de $f(x) = x^2$ e abaixo do gráfico de $g(x) = -x^2 + 1$. Represente a região graficamente.

REFERÊNCIAS

Thomas, George B. Cálculo : George B. Thomas. 11.ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2009. v.1.

Stewart, James. Cálculo. 5.ed. São Paulo: Cengage Learning, 2006. v.1.

Guidorizzi, Hamilton Luiz. Um curso de Cálculo. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC , 2001. v. 1. 635 p. : il.